

人工知能—AIの基礎から知的探索へ：演習問題解答例

第5章 しなやかな知識表現と推論

演習問題 5.1 例題 5.1 に定義されたファジィ集合 A と B の補集合を求めよ。

-
- $A = 0.4/\text{まさひろ} + 0.6/\text{つよし} + 0.8/\text{たくや} + 1.0/\text{さぶろう} + 0.9/\text{まさみ}$
 - $B = 0.3/\text{まさひろ} + 0.5/\text{つよし} + 0.9/\text{たくや} + 0.6/\text{さぶろう} + 1.0/\text{まさみ}$
-

解答

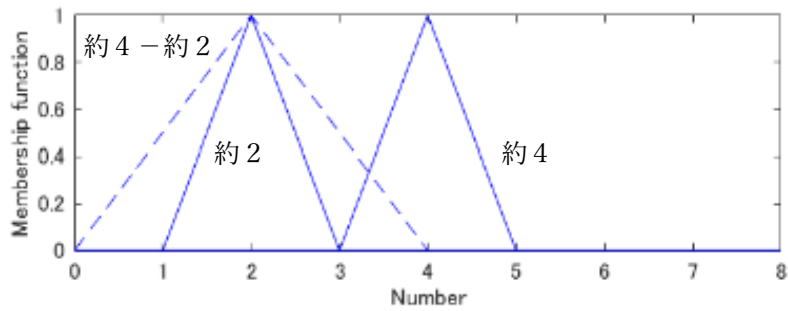
- $\bar{A} = 0.6/\text{まさひろ} + 0.4/\text{つよし} + 0.2/\text{たくや} + 0.0/\text{さぶろう} + 0.1/\text{まさみ}$
- $\bar{B} = 0.7/\text{まさひろ} + 0.5/\text{つよし} + 0.1/\text{たくや} + 0.4/\text{さぶろう} + 0.0/\text{まさみ}$

演習問題 5.2 例題 5.1 に定義されたファジィ集合 A を利用して、ファジィ集合とその補集合の和集合は、全体集合ではない（すなわち、ファジィ論理において、補元律が成立しない）ことを示せ。

解答

♦ $A \cup \bar{A} = 0.6/\text{まさひろ} + 0.6/\text{つよし} + 0.8/\text{たくや} + 1.0/\text{さぶろう} + 0.9/\text{まさみ}$

全体集合 X は、すべての個体を無条件に含むので、すべての個体に対するメンバシップ関数値は 1 である。したがって、 $A \cup \bar{A} \neq X$ 。



ファジィ数 4 と 2 の引き算

演習問題 5.3 ファジィ数 2 と 4 のメンバシップ関数が図 5.1 で与えられたとする。拡張原理をもとに、ファジィ数 4 引くファジィ数 2 のメンバシップ関数を求めよ。

解答

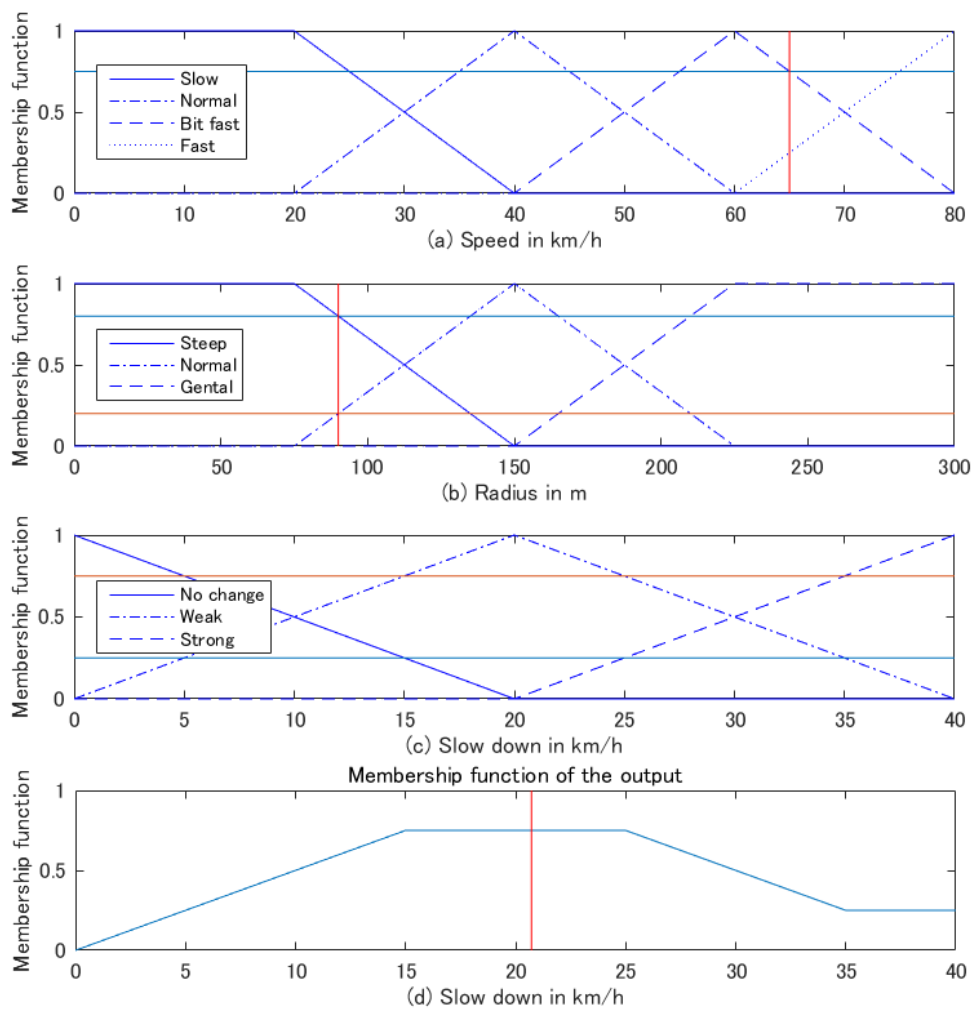
約 4 引く約 2 は、約 2 となるが、そのメンバシップ関数は、最初の約 2 よりも広くなる。これは上の図の破線で示している。これを確認するためには、以下、0, 1, 2, 3 におけるメンバシップ関数値計算してみる。

x_1	x_2	$y=x_1-x_2$	$\mu_{\text{約}4}(x_1)$	$\mu_{\text{約}2}(x_2)$	$\mu_{\text{約}4}(x_1) \wedge \mu_{\text{約}2}(x_2)$	$\mu_{\text{約}4-\text{約}2}(0)$
5	5	0	0	0	0	0
4.5	4.5	0	0.5	0	0	
4	4	0	1	0	0	
3.5	3.5	0	0.5	0	0	
3	3	0	0	0	0	
2.5	2.5	0	0	0.5	0	
2	2	0	0	1	0	
1.5	1.5	0	0	0.5	0	
1	1	0	0	0	0	

x_1	x_2	$y=x_1-x_2$	$\mu_{\text{約}4}(x_1)$	$\mu_{\text{約}2}(x_2)$	$\mu_{\text{約}4}(x_1) \wedge \mu_{\text{約}2}(x_2)$	$\mu_{\text{約}4-\text{約}2}(1)$
5	4	1	0	0	0	0.5
4.5	3.5	1	0.5	0	0	
4	3	1	1	0	0	
3.5	2.5	1	0.5	0.5	0.5	
3	2	1	0	1	0	
2.5	1.5	1	0	0.5	0	
2	1	1	0	0	0	
1.5	0.5	1	0	0	0	
1	0	1	0	0	0	

x_1	x_2	$y=x_1-x_2$	$\mu_{\text{約}4}(x_1)$	$\mu_{\text{約}2}(x_2)$	$\mu_{\text{約}4}(x_1) \wedge \mu_{\text{約}2}(x_2)$	$\mu_{\text{約}4-\text{約}2}(2)$
5	3	2	0	0	0	1
4.5	2.5	2	0.5	0.5	0.5	
4	2	2	1	1	1	
3.5	1.5	2	0.5	0.5	0.5	
3	1	2	0	0	0	
2.5	0.5	2	0	0	0	
2	0	2	0	0	0	
1.5	-0.5	2	0	0	0	
1	-1	2	0	0	0	

x_1	x_2	$y=x_1-x_2$	$\mu_{\text{約}4}(x_1)$	$\mu_{\text{約}2}(x_2)$	$\mu_{\text{約}4}(x_1) \wedge \mu_{\text{約}2}(x_2)$	$\mu_{\text{約}4-\text{約}2}(3)$
6	3	3	0	0	0	0.5
5.5	2.5	3	0	0.5	0	
5	2	3	0	1	0	
4.5	1.5	3	0.5	0.5	0.5	
4	1	3	1	0	0	
3.5	0.5	3	0.5	0.	0	
3	0	3	0	0	0	
2.5	-0.5	3	0	0	0	
2	-1	3	0	0	0	



演習問題 5.4 図 5.4 に示されている速度に関する言語的値のメンバシップ関数を、式で書け。また、速度が時速 65km に対して、それぞれの言語的値のメンバシップ関数値を求めよ。

解答

式は以下のようになる：

$$\mu_{遅い}(v) = \begin{cases} 1 & v < 20 \\ -\frac{v}{20} + 2 & 20 \leq v < 40 \\ 0 & 40 \leq v \end{cases} \quad \mu_{普通}(v) = \begin{cases} 0 & v < 20 \\ \frac{v}{20} - 1 & 20 \leq v < 40 \\ -\frac{v}{20} + 3 & 40 \leq v < 60 \\ 0 & 60 \leq v \end{cases}$$

$$\mu_{やや速い}(v) = \begin{cases} 0 & v < 40 \\ \frac{v}{20} - 2 & 40 \leq v < 60 \\ -\frac{v}{20} + 4 & 60 \leq v < 80 \\ 0 & 80 \leq v \end{cases} \quad \mu_{速い}(v) = \begin{cases} 0 & v < 60 \\ \frac{v}{20} - 3 & 60 \leq v < 80 \\ 1 & 80 \leq v \end{cases}$$

$$\mu_{遅い}(65) = 0; \quad \mu_{普通}(65) = 0; \quad \mu_{やや速い}(65) = 0.75; \quad \mu_{速い}(65) = 0.25.$$

演習問題 5.5 例題 5.3 において、 $v=70\text{km/h}$ で、 $r=90\text{m}$ の場合、出力のメンバシップ関数を求めよ。これをもとに、どれくらい減速すべきかを議論せよ。

解答

例題と同じように、まず、与えられた入力、各ルールの条件にどれくらい類似しているかを求める。

$$S(R_1) = \min(\mu_{\text{普通}}(70), \mu_{\text{急}}(90)) = \min(0, 0.8) = 0$$

$$S(R_2) = \min(\mu_{\text{やや速い}}(70), \mu_{\text{急}}(90)) = \min(0.5, 0.8) = 0.5$$

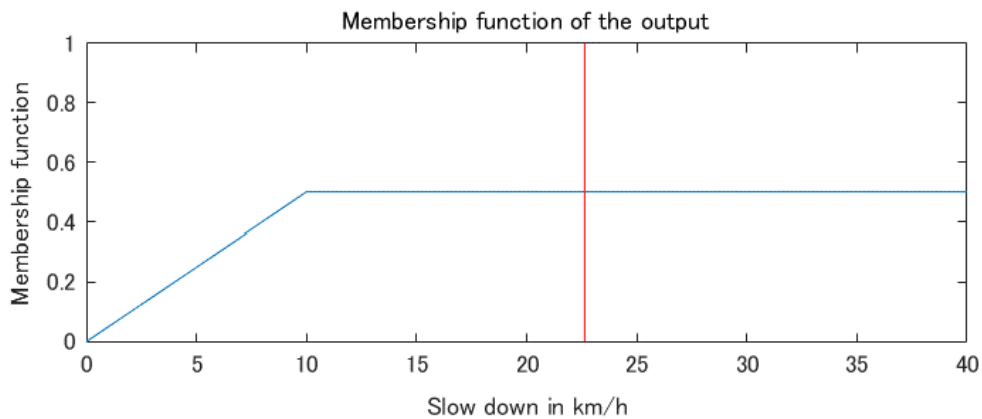
$$S(R_3) = \min(\mu_{\text{速い}}(70), \mu_{\text{普通}}(90)) = \min(0.5, 0.2) = 0.2$$

$$S(R_4) = \min(\mu_{\text{速い}}(70), \mu_{\text{急}}(90)) = \min(0.5, 0.8) = 0.5$$

これによって最終出力 B^* のメンバシップ関数を求め、以下のようなになる：

$$\mu_{B^*}(y) = \max[\min(0.5, \mu_{\text{軽く踏む}}(y)), \min(0.5, \mu_{\text{強く踏む}}(y))]$$

これは、以下の図に示される。



B^* のメンバシップ関数の重心 b^* は、減速すべき量である。式(5.9)で計算した結果、 $b^*=22.6338$ となる。すなわち、時速をおよそ 23 km 減らして、このカーブを通過すれば、安全運転につながると考えられる。

演習問題 5.6 例題 5.4 において、2 種類のパターンを分類することができる境界線は一本に限らない。図 5.7 の左の図に他の 2 本の境界線も描いてある。これを参考に、例題 5.4 の解答と異なる解を一つ与えよ。

解答

図 5.7 の右の図の破線は、もう一つの解である。要は、2 種類のパターンをきれいに分けることができれば解である。

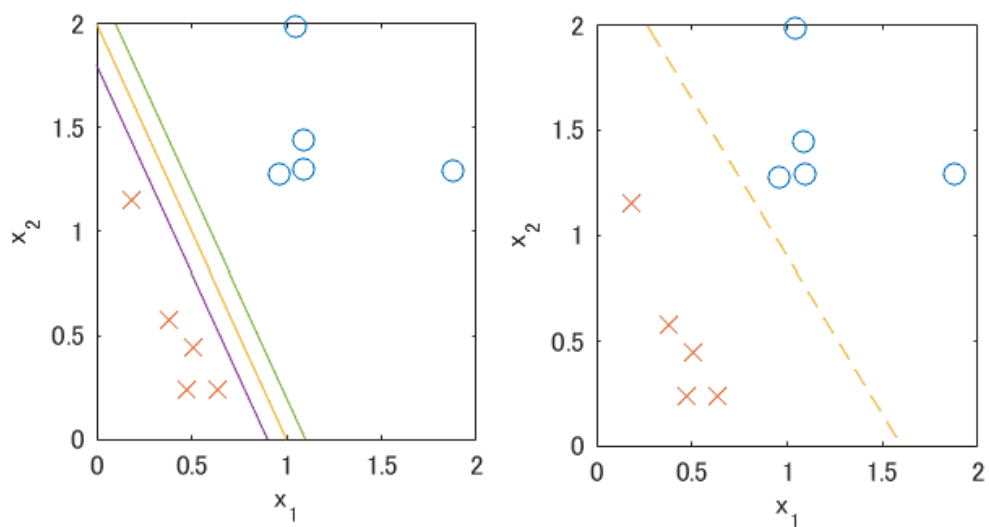


図 5.7 単一ニューロンで解決できる分類問題の例（左図は例題 5.4 の回答で、右図は演習問題 5.6 の回答である）

表 5.10 MLP の各ニューロンの出力

x_1	x_2	y_1^1	y_2^1	y^2
-1	-1	0	-1	-1
-1	1	<u>1</u>	-1	1
1	-1	-1	<u>1</u>	1
1	1	0	-1	-1

演習問題 5.7 例題 5.5 について、(1,-1)と(1,1)が入力された場合、表 5.10 を参考に、ワーキングメモリの内容を表 5.11 あるいは表 5.12 と同じようにまとめ、それをもとに、システムの判断を解釈せよ。

解答

1) (1,-1)に対するワーキングメモリの内容は、以下のようなる：

データ名	データの意味	データタイプ	データの値	時刻
x_1	第 1 入力	2 値	1	0
x_2	第 2 入力	2 値	-1	0
y_1^1	隠れ要因 1	3 値	-1	1
y_2^1	隠れ要因 2	3 値	1	1
y^2	出力	3 値	1	2

(1, -1)が入力された場合、一番目の隠れニューロンが偽、二番目の隠れニューロンが真となり、その次、出力ニューロンが真となる。ワーキングメモリの内容は、上の表のようになる。例題 5.5 の回答に合わせて、システムの判断は、以下のように解釈できる。すなわち、二つの入力が異なると、二つの隠れニューロンも異なる主張をし、そのとき、出力ニューロンが真となる。

2) (1,1)に対するワーキングメモリの内容は以下のようなる：

データ名	データの意味	データタイプ	データの値	時刻
x_1	第 1 入力	2 値	-1	0
x_2	第 2 入力	2 値	1	0
y_2^1	隠れ要因 2	3 値	-1	1
y^2	出力	3 値	-1	2

(1,1)が入力された場合、一番目の隠れニューロンが無反応、二番目の隠れニューロンが偽となり、その次、出力ニューロンも偽となる。この結果は、例題 5.5 の回答に合わせて、

以下のように解釈できる。すなわち、二つの入力が同じであるとき、隠れニューロン1が無反応となり、出力ニューロンが隠れニューロン2の判断に従う。