

C: Ball

@beet_aizu

概要

N 個のボールがあり、各ボールには色と価値が決められている。

ボールの色は1から C まで C 種類存在し、各色ごとに選べるボールの数の上限が決められている。

ボールを全体で高々 M 個選ぶとき、得られる価値の合計を最大化せよ。

解法

大きいものから貪欲に取るのがよさそう

降順ソートして貪欲する

C_i をデクリメントしながら取れるか判定すればよい

→正当性を示せますか????

(「気持ちを書く 証明: AC」じゃあないんだよな)

証明

マトロイドなので貪欲が最適解になる

(A1) 自明

(A2) 自明

(A3) 背理法

<https://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%9E%E3%83%88%E3%83%AD%E3%82%A4%E3%83%89>

A3 補足

$N_X(c), N_Y(c)$ をそれぞれ X, Y に含まれる色 c の要素の数とする。

$X, Y \in F, |X| > |Y|, \forall x (x \in X \not\subseteq Y) Y \cup \{x\} \notin F$ と仮定すると

$$\forall c \in C N_X(c) \leq N_Y(c)$$

(ある色 c について $N_X(c) > N_Y(c)$ なら明らかに矛盾)

$$\rightarrow \sum N_X(c) \leq \sum N_Y(c)$$

$$\rightarrow |X| \leq |Y|$$

よって仮定と矛盾、したがって(A3)を満たす。

気持ち

マトロイドたのしい

あなたは普段何気なく書いているKruskal法の正当性を示せますか???

参考記事

この分割マトロイドです

https://topcoder.g.hatena.ne.jp/spaghetti_source/20121103/1351911603

drkenさんの記事

<http://drken1215.hatenablog.com/entry/20121212/1355280288>

講評

- First Accepted:
 - Onsite: rupc_latte_chikoku (12m23s)
 - Online: square869 (4m38s)

- Success Rate: 88% (45/51)

ジャッジ解

名前	言語	行数
beet	C++	28
uku	C++	43
c7c7	C++	21
Gacho	C++	45