

E: Tangled Cables

原案・解説: 胡桃沢 (@ukuku09)

問題概要

- ・ n 頂点 m 辺の連結なグラフが与えられる
 - ・ 辺には c_i と d_i の二つのパラメータがある
 - ・ いくつかの辺を取り除いて全域木をつくる
- 全域木：グラフ上の任意の2頂点が連結な木
- ・ 取り除く辺の $\sum d_i / \sum c_i$ の最小値は？

考察

- ・ 取り除か**ない**辺について考えてみる
 - ・ 最小全域木のアルゴリズムが使えるそう
 - ・ d_i/c_i の大きい順に辺を使っていけばよいか？
- これはいいえ

考察

- ・ 今、取り除く \leftarrow 辺の $\sum d_i / \sum c_i = 2000 / 1000$
 - ・ $(c_i, d_i) = (10, 7)$ の辺 e と $(c_i, d_i) = (100, 75)$ の辺 f のうち、どちらか一方だけ取り除ける
 - ・ d_i / c_i が大きいほう (辺 f) を全域木に使う？
- 辺 e を取り除くと $\sum d_i / \sum c_i = 2007 / 1010 = 1.98712 \dots$
- ★ 辺 f を取り除くと $\sum d_i / \sum c_i = 2075 / 1100 = 1.8863 \dots$

解説

- ・ 求める答えを t とすると、
- ・ $\sum d_i / \sum c_i \leq t \rightarrow \sum (d_i - t^* c_i) \leq 0$
- ・ $d_i - t^* c_i$ は辺ごとに独立して考えられる

解説

- $d_i/c_i \leq t$ ($d_i - t \cdot c_i \leq 0$) であるような辺

→ もし全部取り除いても $\sum d_i / \sum c_i \leq t$

- $d_i/c_i > t$ ($d_i - t \cdot c_i > 0$) であるような辺

→ できるだけ取り除かない

→ 全域木に使う

解説

- ・ 答え t を二分探索 + Kruskal法
- ・ 辺は $d_i - t * c$ で 降順ソート
- ・ 全域木に 使わなかった辺 の $\sum d_i / \sum c_i \leq t$ なら OK !
- ・ 最小比全域木問題 (赤線部が逆)

ジヤツジ解

- arrows (C++) : 130 lines
- haji (C++) : 76 lines
- uku (C++) : 107 lines

結果

- First Submission
 - Online: toy18 102 min
- First Accepted
 - On-site: toy18 107 min
- Success Rate: 21.74 % (10/46)